

Oscilatoare locale

Etajele oscilatoare nu lipsesc practic din nici un echipament radio modern, la echipamentele numerice acest bloc fundamental căpătînd soluții fără echivalent în lumea montajelor analogice.

În cazul echipamentelor radio definite prin program sau virtuale cea mai simplă modalitate de generare a unei oscilații armonice, simple sau în cuadratură, constă în apelarea unei funcții $\cos()$ sau/și $\sin()$ din biblioteca co-procesorului matematic. Făcînd apel, de regulă, la forme eficiente de dezvoltare în serie a funcțiilor trigonometrice și combinînd proprietățile de periodicitate cu cele de simetrie (față de intervalul $0 \dots \pi/2$) și cu reprezentarea numerelor în virgulă mobilă pe 80 de biți (de exemplu), se pot genera practic eșantioane de oscilații perfecte pentru orice valoare unghiulară reală (calificativul de "oscilație perfectă" trebuie înțeles ca expresie a nesemnificativei contribuții a imperfecțiunii oscilației generate în raport cu imperfecțiunile rezultate din celelalte prelucrări ale semnalelor radio).

În lipsa unui co-procesor matematic trebuie utilizate metode alternative prin care să se caute un optim între complexitatea calculului, timpul de execuție și precizia rezultatelor. De exemplu:

- Aproximarea prin serii Taylor

Seria Taylor a funcției *sinus* pentru un unghi x exprimat în radiani este:

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (1)$$

Seria este rapid convergentă pentru valorile mici ale unghiului x însă numărul de termeni necesar crește pe măsură ce unghiul se apropie de $\pi/2$ sau de $-\pi/2$. Precizia sumei seriei este ușor de controlat întrucît fiecare termen este mai mic decît predecesorul său. Deși este posibilă estimarea valorii funcției ca sumă a seriei pentru oricare valoare reală de unghi, se preferă ca în afara intervalului $-\pi/2 < x < \pi/2$ să se exploateze simetria și periodicitatea valorilor funcției. Pentru a cîștiga timp evitînd ridicările la putere, altele decît x^2 , și termenii factoriali, se poate recurge la o tehnică de factorizare:

$$\sin(x) \approx x(1 - x^2(1 - x^2(1 - x^2 \dots / \dots (6 * 7)) / (4 * 5)) / (2 * 3)) \quad (2)$$

- Identități trigonometrice

O oscilație liberă constă într-o creștere uniformă a unghiului funcției armonice. Pentru un unghi de referință a și un increment b (ambele exprimate în radiani) fiecare nouă valoare a unei oscilații în cuadratură se poate obține prin numai patru înmulțiri și două adunări:

$$\begin{aligned}\sin(a+b) &= \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \\ \cos(a+b) &= \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \\ \sin(a+2b) &= \sin(a+b)\cos(b) + \cos(a+b)\sin(b) \\ \cos(a+2b) &= \cos(a+b)\cos(b) - \sin(a+b)\sin(b)\end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}\sin(a+3b) &= \sin(a+2b)\cos(b) + \cos(a+2b)\sin(b) \\ \cos(a+3b) &= \cos(a+2b)\cos(b) - \sin(a+2b)\sin(b)\end{aligned}$$

.....

Algoritmul Goertzel, utilizat mult în generarea tonurilor multifrecvență ([1]), permite calculul recursiv al valorilor funcțiilor $\sin(\)$ și $\cos(\)$ utilizând în mod separat două valori anterioare din seria de argumente progresive:

$$\begin{aligned}\sin(a+nb) &= -\sin[a+(n-2)b] + 2\cos(b)\sin[a+(n-1)b] \\ \cos(a+nb) &= -\cos[a+(n-2)b] + 2\cos(b)\cos[a+(n-1)b]\end{aligned}\tag{4}$$

Utilizarea algoritmilor bazați pe identități trigonometrice suferă de acumularea erorilor de rotunjire. Pentru oscilații de scurtă durată (*burst-uri*) și calcule în virgulă mobilă eroarea poate deveni semnificativă după prima sută de valori.

- Tabele de valori combinate cu interpolări liniare

Metoda se bazează pe organizarea în memorie a unui tabel cu valorile funcției \sin sau/și \cos pentru un număr de unghiuri uniform repartizate de la 0° la 90° . Pentru restul de $3/4$ din cerc se face apel la simetria funcțiilor trigonometrice. De exemplu:

$$\begin{aligned}\sin(x^\circ) &= \sin(180^\circ - x^\circ) & \text{pentru } 90^\circ \leq x^\circ \leq 180^\circ \\ \sin(x^\circ) &= -\sin(x^\circ - 180^\circ) & \text{pentru } 180^\circ \leq x^\circ \leq 270^\circ \\ \sin(x^\circ) &= -\sin(360^\circ - x^\circ) & \text{pentru } 270^\circ \leq x^\circ \leq 360^\circ\end{aligned}\tag{5}$$

Ulterior, valorile funcției pentru unghiurile fixate se citesc direct din tabel. Pentru valori unghiulare aflate între două valori succesive tabelate se folosește, de exemplu, o formulă de interpolare liniară:

$$\begin{aligned}\sin(x) &= \sin(x_n) - [\sin(x_{n+1}) - \sin(x_n)] \frac{x - x_n}{x_{n+1} - x_n} \\ x_n &\leq x \leq x_{n+1}\end{aligned}\tag{10}$$

Eroarea maximă de aproximare scade odată cu creșterea numărului de valori tabelate (cu un număr de 8 valori tabelate pentru primul cadran eroarea este mai mică de 1%).

Cea mai eficientă metodă de generare a oscilațiilor armonice în circuitele integrate moderne dedicate echipamentelor radio programabile este aceea a **sintezei numerice directe** (eng. DDS, **D**irect **D**igital **S**ynthesis, [2]). În forma sa cea mai simplă, cu schema bloc din figura 1 ([3]), un sintetizor numeric direct este compus dintr-un oscilator de referință cu cuarț, un numărător de adrese cu rol de acumulator de fază, o memorie cu valorile eșantioanelor corespunzătoare unei perioade de sinusoidă, un convertor numeric-analogic și un filtru (trece-jos sau trece-bandă). Desigur, convertorul numeric-analogic lipsește în cazul când oscilatorul este parte a unui receptor definit prin program sau virtual.

Acumulatorul de fază constă dintr-un registru de frecvență pe j -biți în care este înscrisă valoare binară a incrementului de fază ΔP , urmat de un sumator și un registru pentru faza oscilației. În fiecare perioadă a tactului de sistem $1/f_s$ (f_s fiind frecvența de eșantionare a sinusoidei generate) incrementul de fază este adunat valorii anterioare pentru obținerea fazei curente, crescătoare. Rata de depășire a capacității acumulatorului de fază (modulo 2^j) devine frecvența semnalului generat de sintetizor f_o , cu rezoluția Δf_o obținută pentru un increment de fază unitar ($\Delta P=1$).

$$f_o = \frac{\Delta P f_s}{2^j}$$

$$\Delta f_o = \frac{f_s}{2^j}$$
(11)

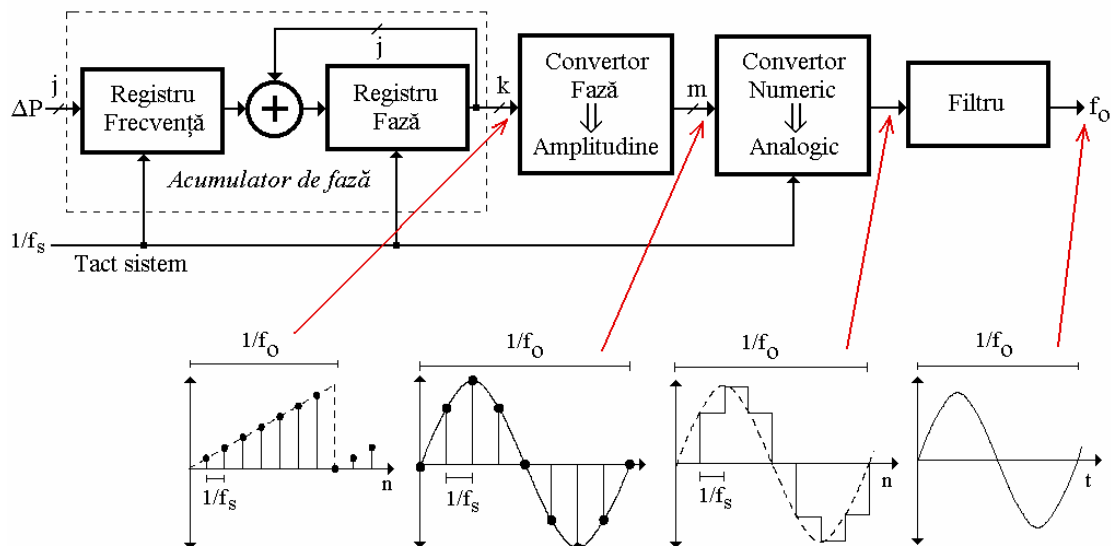


Figura 1

Perioada numerică a ieșirii acumulatorului de fază, P_e , definită ca numărul minim de perioade ale tactului de sistem pentru care valoare fazei se repetă este

$$P_e = \frac{2^j}{CMMDC(\Delta P, 2^j)} \quad (12)$$

unde $CMMDC$ este cel mai mare divizor comun. P_e este totodată și perioada succesiunii adreselor citite din tabelul cu eșantioanele de sinusoidă.

Detalii referitoare la tehnica utilizată de reducere a mărimii memoriei ocupată cu tabelul eșantioanelor funcției $\sin(\)$ reies din figura 2. Cei mai semnificativi doi biți ai acumulatorului de fază sînt folosiți pentru decodarea cadranelui fazei, în timp ce restul de $k-2$ biți pentru adresarea tabelului cu eșantioanele corespunzătoare primului cadran, $[0, \pi/2]$. Bitul cel mai semnificativ (MSB) determină semnul funcției, iar bitul anterior lui (ca pondere) hotărăște creșterea sau descreșterea forme de undă. Pentru ca panta variației "în dinte de fierăstrău" a fazei să fie inversată pentru cadranele doi și patru, biții trebuie complementați. Așa cum indică figura, forma de undă rezultată prin citirea tabelului cu eșantioane corespunde modului sinusoidelor dorite. Integritatea forme semnalului se restabilește printr-o multiplicare cu -1 atunci cînd faza este între π și 2π .

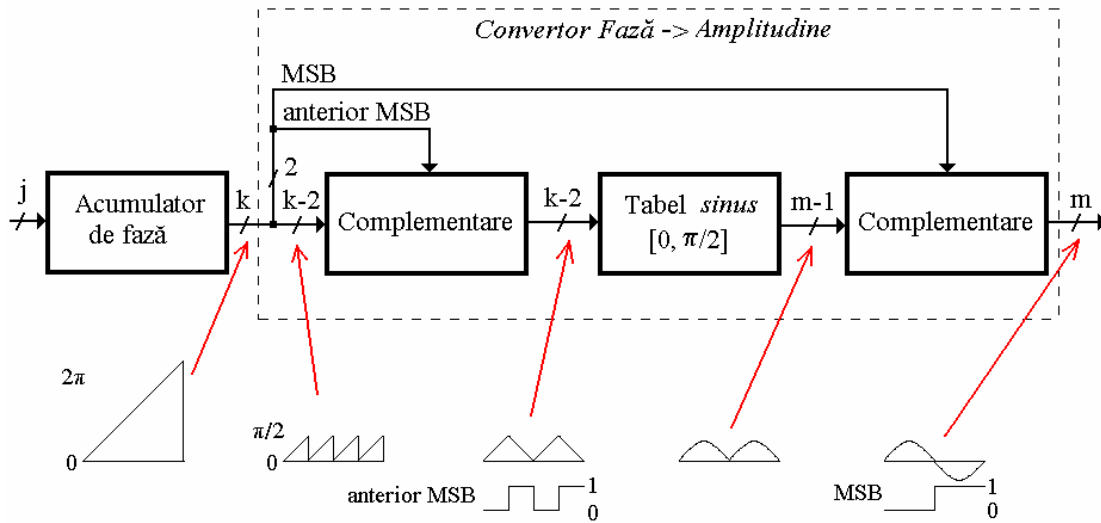


Figura 2

La un sintetizor numeric direct este posibil să se moduleze toți cei trei parametri ai forme de undă sinusoidale, amplitudinea (prin inserarea unui multiplicator între convertorul fază-amplitudine și convertorul numeric-analogic), faza (printr-un sumator plasat între acumulatorul de fază și convertorul fază-amplitudine) și frecvența (cu un sumator plasat în fața acumulatorului de fază). Modulația numerică se poate aplica ca în figura 3 fiecărui parametru în parte, sau simultan la doi sau chiar la toți trei, obținîndu-se astfel toate tipurile de modulație cunoscute.

Spectrul la ieșirea unui convertor numeric-analogic ideal este alcătuit din componente discrete de frecvențe $nf_s \pm f_o$, unde $n=0,1,2,\dots$, a căror amplitudine este ponderată de funcția

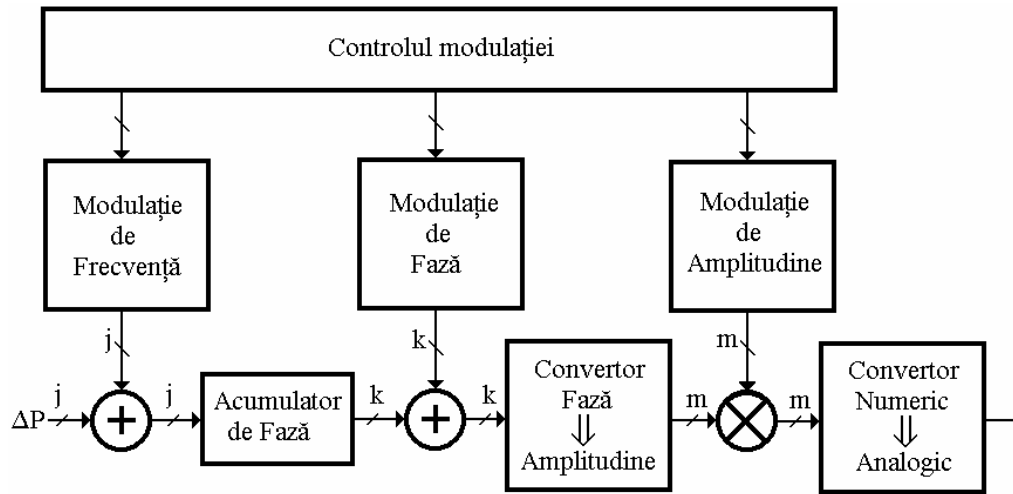


Figura 3

$$\frac{\sin\left(\pi \frac{f_o}{f_s}\right)}{\pi \frac{f_o}{f_s}} \quad (13)$$

Rolul filtrului prezent la ieșirea convertorului numeric-analogic este de a extrage componenta sinusoidală dorită, care de cele mai multe ori este plasată în banda Nyquist ($f_o < f_s/2$, deci un filtru trece-jos), dar poate fi și una de ordin superior (cu un filtru trece-bandă) ca în exemplul din figura 4 în care $f_s = 50\text{MHz}$ și $f_o = 15\text{MHz}$ (prin filtrul trece-bandă extrăgându-se componenta cu frecvența de 65MHz). Complexitatea filtrelor trece-jos limitează domeniul frecvențelor generate la mai puțin de 40% din f_s .

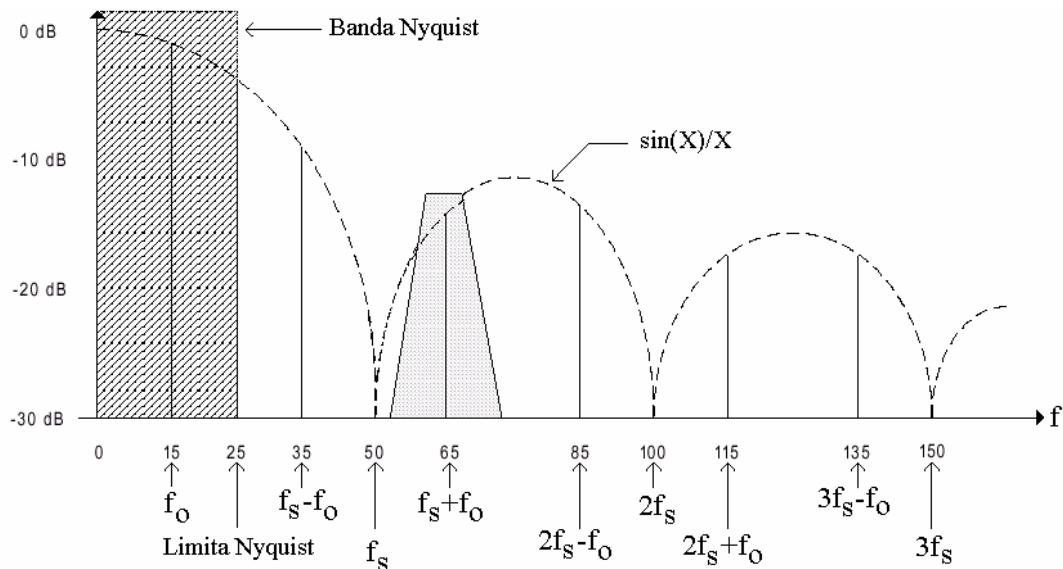


Figura 4

Semnalul generat de un sintetizor numeric direct real este influențat atât de erorile rezultate din exprimarea mărimilor interne printr-un număr finit de biți (erori de trunchiere) cât și de limitele tehnologice ale convertoarelor numeric-analogice.

Trunchierea fazei este o consecință a imposibilității (de moment) a realizării unor tabele suficient de mari pentru memorarea eșantioanelor de sinusoidă. Astfel, un sintetizor avînd un acumulator de fază pe $j=32$ biți ar avea nevoie de un tabel (pentru o perioadă completă a funcției $\sin(\)$) cu 2^{32} adrese, adică 4GB de memorie dacă fiecare eșantion este reprezentat pe numai 8 biți! De aceea, la conversia fază-amplitudine se utilizează numai o parte dintre biții cei mai semnificativi ai acumulatorului de fază, de exemplu ultimii $k=12$ biți, restul de 20 biți fiind ignorați (trunchiați). Întrucît trunchierea fazei are un caracter periodic, mărimea și distribuția componentelor spectrale parazite introduse de ea depinde de trei factori: mărimea acumulatorului de fază (j), numărul de biți ai fazei după trunchiere (k), frecvența generată (ΔP). Pentru anumite frecvențe f_o spectrul parazit generat de trunchierea fazei este nul, iar pentru altele componentele spectrale au valoarea maximă. Dacă $(j-k)>4$ nivelul maxim atins de componentele spectrale parazite este aproximativ de $-6,02k$ dBc (adică $6,02k$ dB sub nivelul componentei utile f_o), și apare la frecvențele f_o care satisfac condiția:

$$CMMDC(\Delta P, 2^{j-k}) = 2^{j-k-1} \quad (14)$$

Componentele spectrale parazite asociate trunchierii fazei nu apar dacă f_o îndeplinește condiția:

$$CMMDC(\Delta P, 2^{j-k}) = 2^{j-k} \quad (15)$$

Pe lîngă trunchierea fazei, și trunchierea amplitudinii semnalului prin cuantizarea pe un număr finit de m biți, din convertorul numeric-analogic, este generatoare de componente spectrale parazite. Cauza constă în fronturile abrupte ale erorii de amplitudine eșantionate cu f_s la ieșirea convertorului, dar efectul lor scade odată cu creșterea numărului nivelelor de cuantizare. Pentru comparație, se prezintă în figura 5 cazurile $m=4$ și $m=8$ pentru o aceeași frecvență f_o .

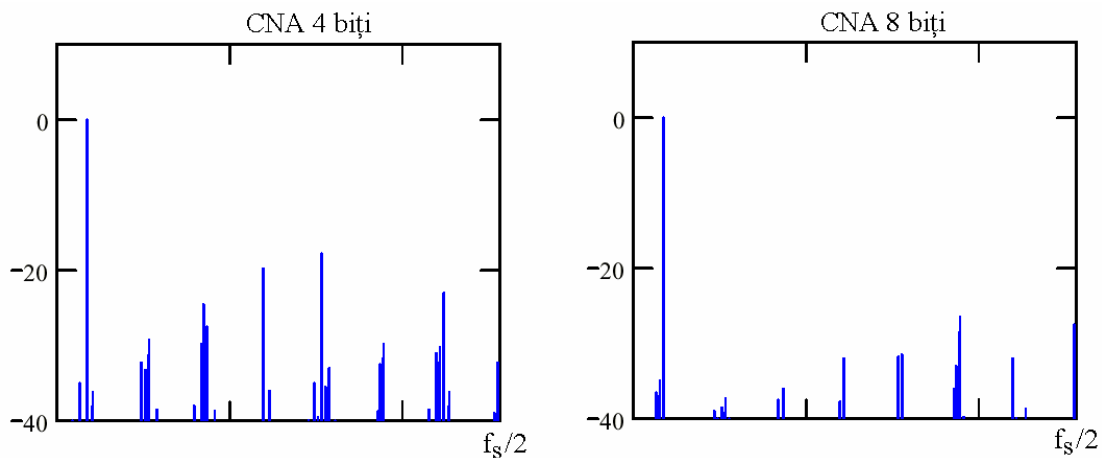


Figura 5

Relația dintre rezoluția convertorului numeric-analogic și cantitatea de semnale parazite este controlabilă. Dacă convertorul generează un semnal de amplitudine maximă, atunci raportul dintre puterea semnalului util și puterea componentelor spectrale parazite este egal cu $1,76+6,02m$ dB. De exemplu, pentru $m=8$ acest raport este de aproximativ 50 dB.

În figura 6 se exemplifică dependența efectului cumulat al trunchierilor de fază și amplitudine asupra purității spectrale a semnalului generat de un sintetizor numeric direct practic, AD9854 produs de firma Analog Devices, de o variație a frecvenței cu mai puțin de 0,03%. Circuitul lucrează cu o frecvență maximă de eșantionare de 300MHz (frecvența maximă generată de 150MHz), asigurând prin cei $j=48$ biți ai acumulatorului de fază o rezoluție de frecvență de 1μHz. Faza este trunchiată la $k=17$ biți, iar variația vîrf-vîrf a semnalelor în cuadratură generate de cele două convertoarele digital-analogice este cuantizată pe $m=12$ biți.

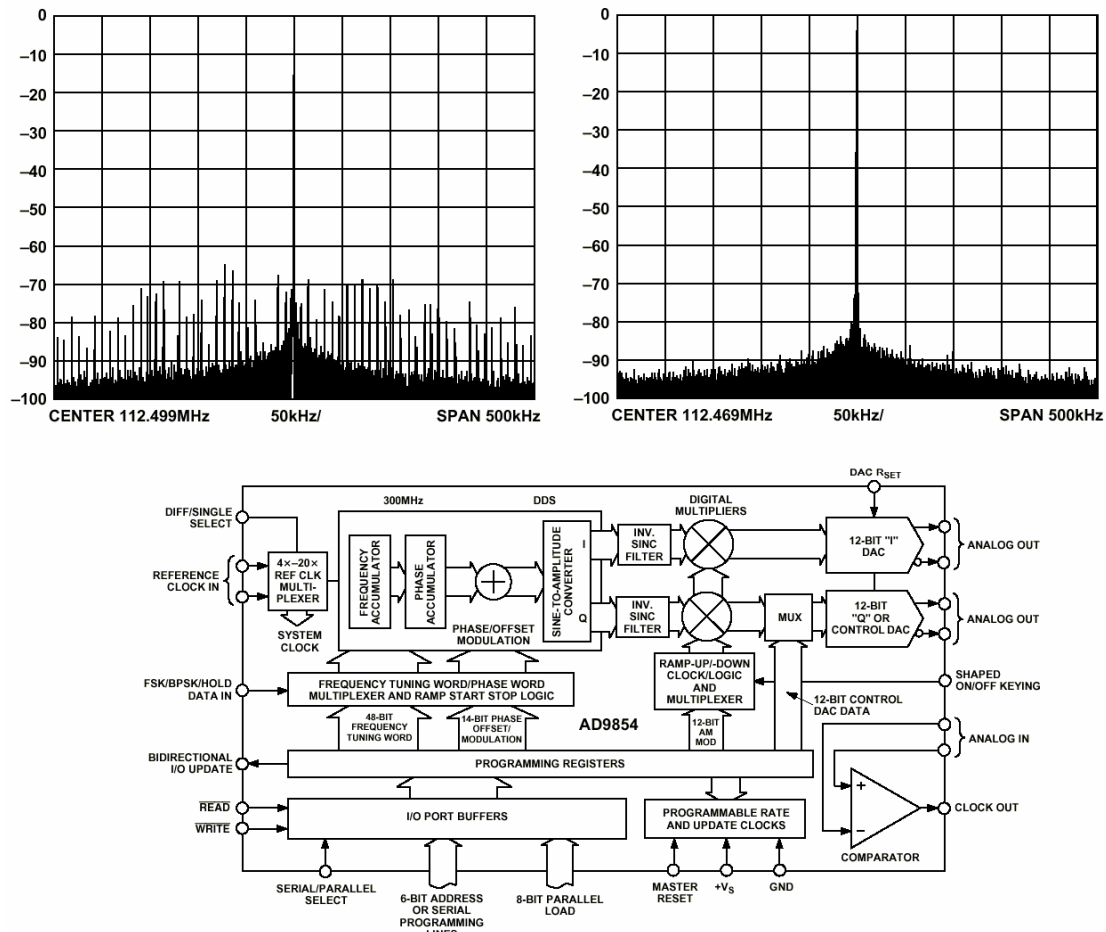


Figura 6

Nevoia de oscilații locale cât mai curate spectral a condus la perfecționarea tehnicilor de reducere a nivelului componentelor spectrale parazite rezultate în urma trunchierilor ([3]). Ideea centrală care stă la baza acestor tehnici este aceea de împrăștiere

a energiei componentelor parazite pe o bandă de frecvențe cât mai largă, prin "injectarea" unor zgomote numerice controlate (*dither*) în diverse puncte ale schemei sintetizorului.

Apariția componentelor spectrale parazite provenite din trunchierile numerice se caută a fi evitată prin alegerea judicioasă a valorii frecvenței de eșantionare f_s în mod special la aplicațiile descrise de figura 7 ([2]), în care sintetizorul numeric direct are rol de generator de referință într-un sintetizor PLL de foarte înaltă frecvență care exploatează rezoluția excepțional de fină a sintetizorului numeric direct.

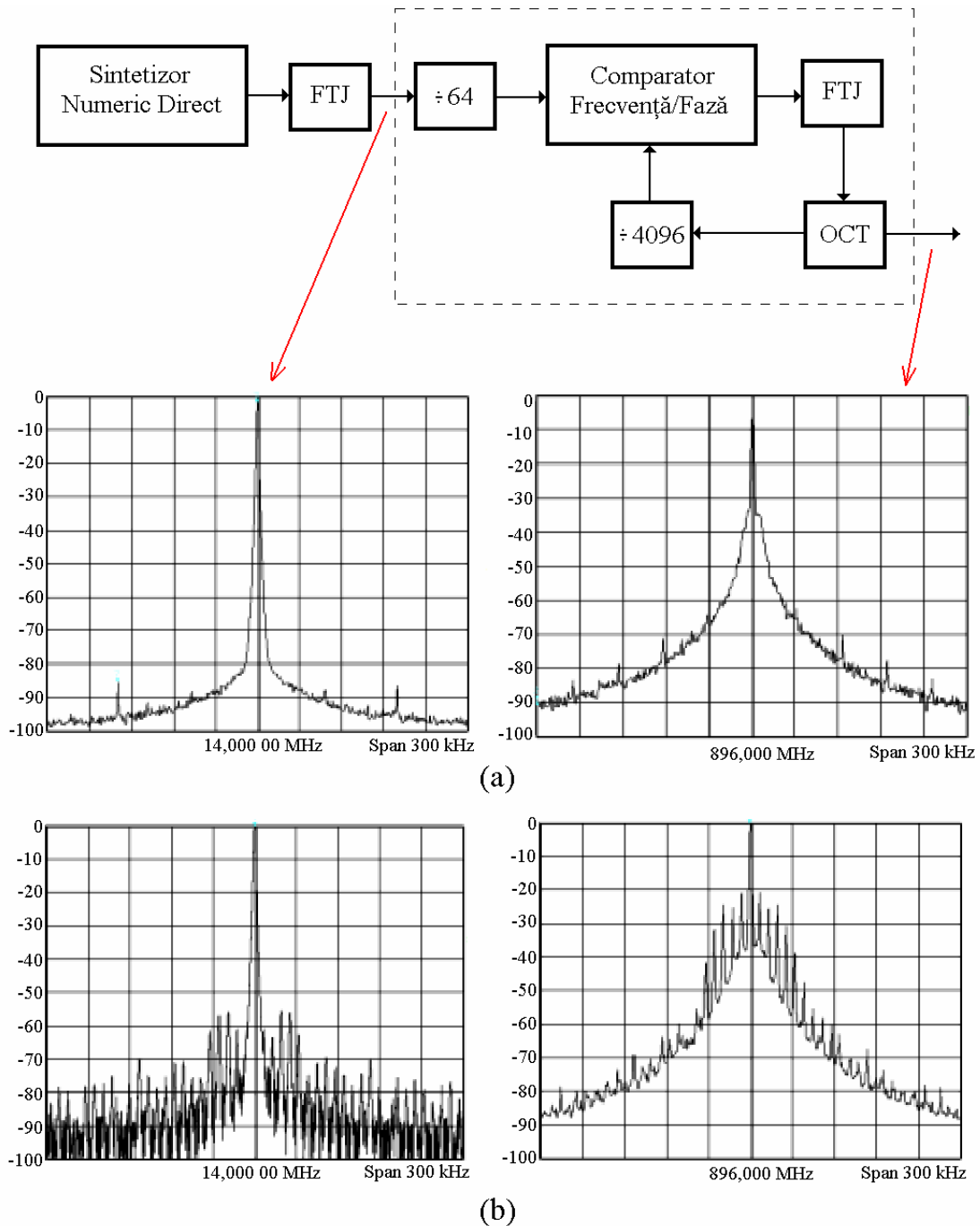


Figura 7

Spre deosebire de situația descrisă de figura 7-(a), în care frecvența de referință de 14 MHz este generată în condiții de puritate spectrală bună, în cazul din figura 7-(b), care este apropiat de satisfacerea condiției (14), se arată impactul dezastruos al efectului de multiplicare de către sintetizorul PLL a zgomotului de fază și a componentelor parazite ale oscilației de referință. În acest caz, la semnalul de referință de 14 MHz se îmbunătățește puritatea spectrală cu 36 dB (datorită factorului de divizare cu 64), însă multiplicarea ulterioară echivalentă cu 4096 aduce o degradare de 72 dB, rezultând pe global o accentuare cu 36 dB a componentelor parazite care intră în banda buclei PLL de aproximativ 80 kHz (componentele depărtate de frecvența centrală de 896 MHz suferă o creștere nesemnificativă).

Același proces de accentuare a zgomotului de fază și a componentelor spectrale parazite apropiate de frecvența centrală generată de sintetizorul numeric direct se produce și în configurația descrisă de schema bloc din figura 8. De data aceasta, sintetizorul direct este inclus în bucla sintetizorului PLL pe post de divizor fracționar al frecvenței de ieșire f_H , frecvență care după o divizare fixă cu R devine frecvența de eșantionare a sintetizorului numeric. Componentele spectrale parazite care intră în banda buclei sînt amplificate cu $20\lg(f_H / f_{ref})$ dB.

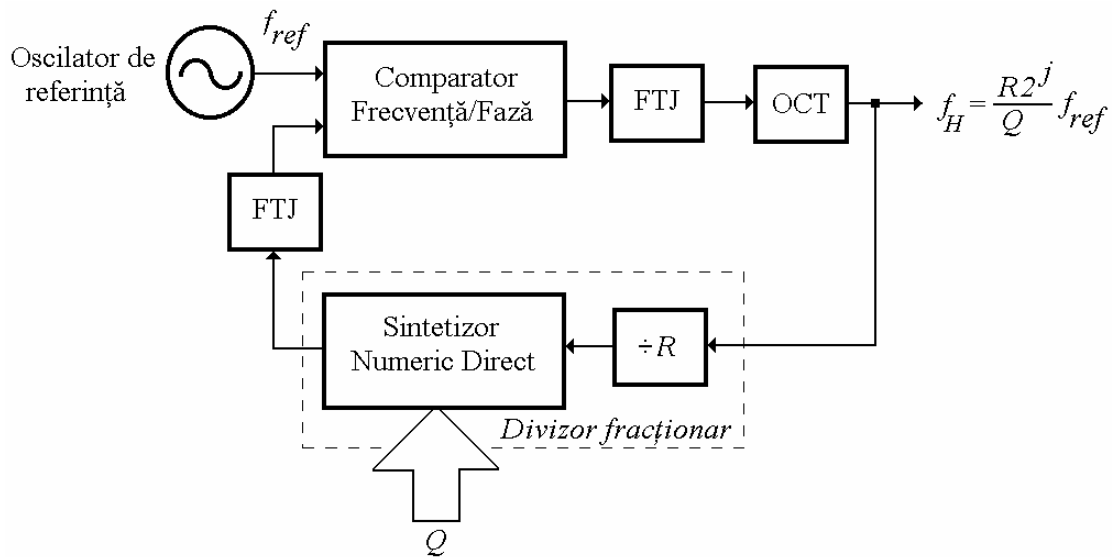


Figura 8

O situație mult mai bună se întâlnește la sintetizoarele PLL cu mixare în buclă, avînd schema bloc din figura 9. Pentru această configurație, efectul de amplificare a zgomotelor de la intrarea comparatorului de frecvență și fază este integral compensat de factorul de divizare din buclă, care este același atât pentru frecvența semnalului de ieșire f_H cît și pentru frecvența celui generat de sintetizorul numeric direct.

În concluzie la cele sumar prezentate, o listă a calităților sintetizoarelor numerice directe (DDS) include:

- Rezoluții la nivel de micro-Hz și micro-grad, pentru frecvențe de peste 100 MHz;

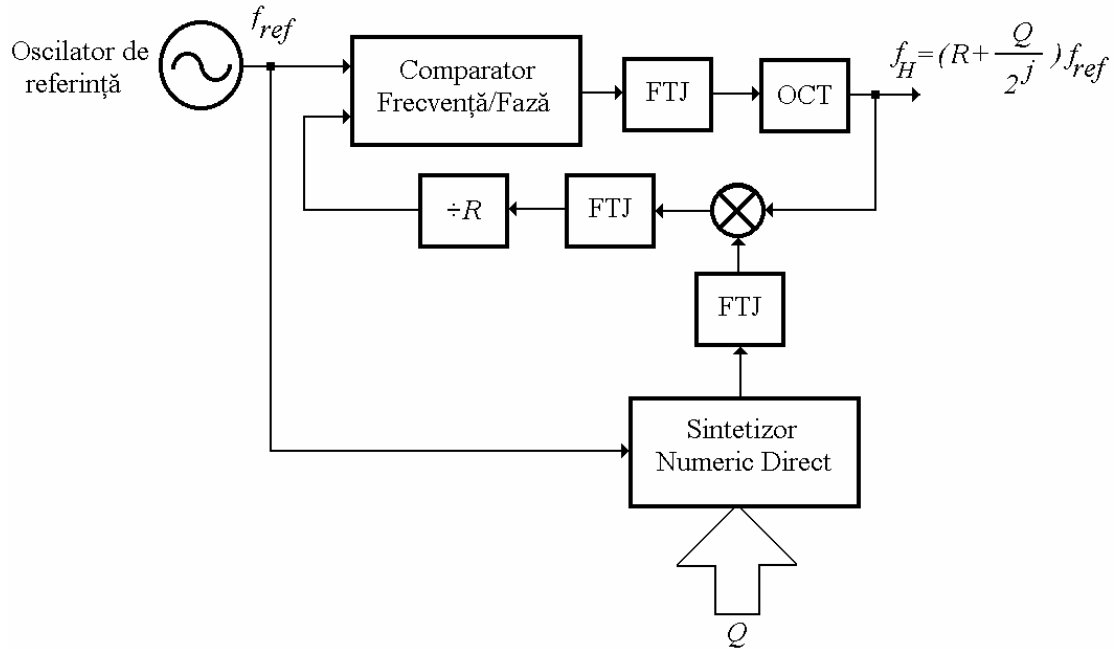


Figura 9

- Viteză de acord extrem de mare, cu continuitate de fază și fără inevitabilele regimuri tranzitorii ale sistemelor analogice;
- Lipsa influenței temperaturii, variațiilor sursei de alimentare și îmbătrânirii componentelor asupra stabilității frecvenței generate;
- Programabilitate totală și capacitatea de generare a oricărui tip de modulație;
- Deosebită rigurozitate la generarea oscilațiilor în cuadratură (egalitatea amplitudinilor și menținerea unui defazaj de 90°);
- Integrare 100%.

BIBLIOGRAFIE

- [1] - ---- "Digital Signal Processing Applications Using the ADSP-2100 Family", Analog Devices
- [2] - ---- "A Technical Tutorial on Digital Signal Synthesis", Analog Devices, 1999
- [3] - Jouko Vankka, "Direct Digital Synthesizers: Theory, Design and Applications", Helsinki University of Technology, 2000