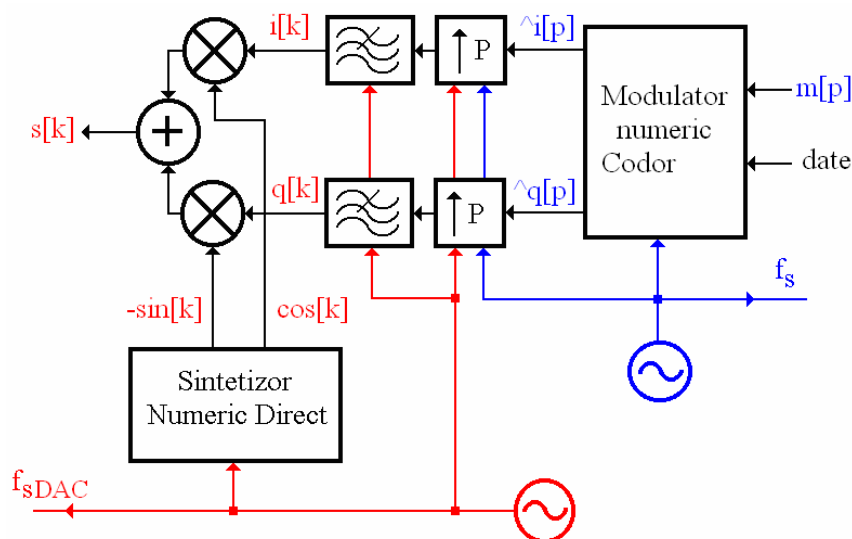


## Interpolare și Decimare

În echipamentele radio numerice de mică complexitate este posibil ca întregul lanț de prelucrare a semnalelor să utilizeze o frecvență de eșantionare unică. Însă, în cazul echipamentelor radio destinate aplicațiilor complexe este mai eficient din punct de vedere al reducerii complexității modulelor de calcul și a algoritmilor de prelucrare ca în diferitele etaje ale sistemului eșantioanele semnalelor să corespundă unor frecvențe de eșantionare diferite.

La un emițător numeric, avînd de exemplu schema bloc din figura 1, pentru semnalele de intrare (voce imagini, date) sînt de ajuns în cele mai multe situații practice (în sensul teoremei eșantionării!) frecvențe de eșantionare  $f_s$  mult mai mici decît frecvența de eșantionare a semnalului radio generat pentru a fi aplicat convertorului numeric-analogic,  $f_{sDAC}$ .



**Figura 1**

Eșantioanele în cuadratură ale oscilației purtătoare avînd frecvența  $f_0$ , furnizate de sintetizorul numeric direct, sînt multiplicare cu eșantioanele semnalelor modulatorie  $i[k]$  și  $q[k]$  pentru a obține eșantioanele semnalului de radiofrecvență ce va fi emis  $s[k] = s(k/f_{sDAC})$ .

$$s[k] = i[k] \cdot \cos[k] - q[k] \cdot \sin[k]$$

$$\cos[k] = \cos\left(2k\pi \frac{f_0}{f_{sDAC}}\right) \quad (1)$$

$$\sin[k] = \sin\left(2k\pi \frac{f_0}{f_{sDAC}}\right)$$

Întrucât respectarea cerințelor teoremei eșantionării impune ca frecvența de eșantionare  $f_{SDAC}$  să fie de cel puțin două ori mai mare decât cea mai mare frecvență din spectrul semnalului modulat  $s(t)$  (condiția Nyquist), pentru a nu introduce distorsiuni în spectrul semnalului modulator (prin discontinuități de fază și amplitudine) trebuie adusă frecvența de eșantionare a acestuia la aceeași valoare. Cea mai eficientă metodă de egalizare a celor două frecvențe de eșantionare, aplicabilă în situațiile când raportul  $P=f_{SDAC}/f_s$  este un număr întreg, constă în inserarea de eșantioane nule printre eșantioanele semnalului original (eng. "zero-stuffing"),  $\hat{x}[p]$  și  $\hat{q}[p]$ , iar apoi filtrarea trece-jos a secvenței de eșantioane astfel rezultată. Numărul  $P$  se numește **factor de interpolare**, iar între fiecare două eșantioane succesive ale semnalului eșantionat cu frecvența  $f_s$  trebuie introduse  $P-1$  eșantioane nule.

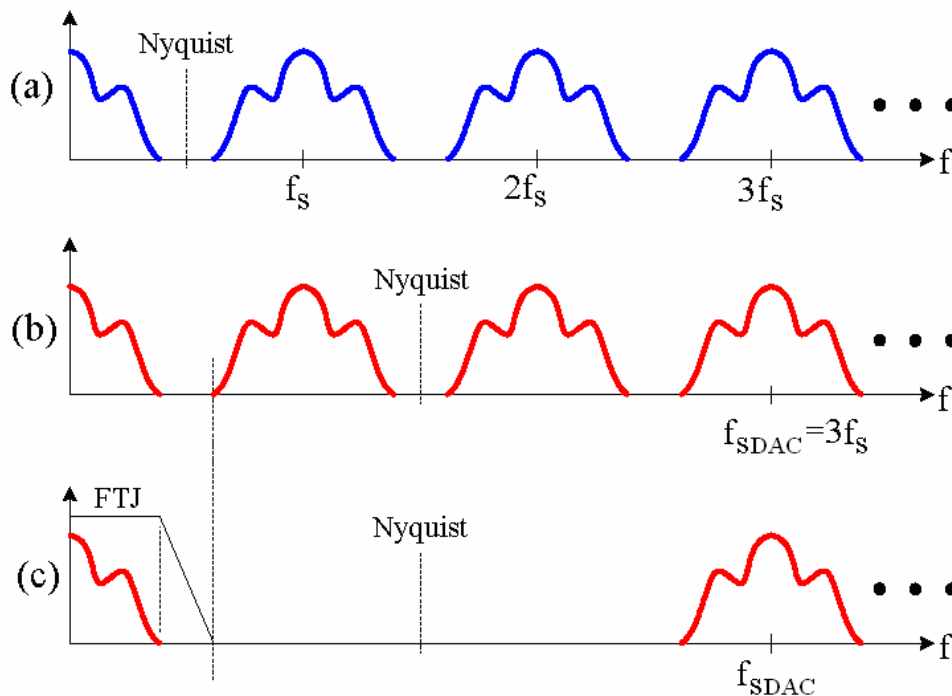


Figura 2

În domeniul frecvență (spectral), așa cum se arată în exemplul din figura 2 al unei supraeșantionări cu un factor  $P=3$  (prin introducerea a două eșantioane nule între cele inițiale), introducerea eșantioanelor nule, figura 2-(c), nu aduce nici o schimbare față de spectrul rezultat prin eșantionarea inițială cu  $f_s$  din figura 2-(a) în afara unei reduceri generale a nivelului tuturor componentelor cu factorul  $P$ , de aceea semnalul poate fi recuperat printr-o filtrare trece-jos în limitele benzii Nyquist inițială.

O formă eficientă de realizare a filtrelor trece-jos din interpolator este aceea a **filtrelor polifazice** ([1], [2]) din figura 3-(b). Aceste filtre elimină operațiile inutile implicate de eșantioanele nule inserate pentru creșterea frecvenței de eșantionare și în plus reduc numărul de operații ce trebuie efectuate în unitatea de timp, întrucât toate înmulțirile și însumările se fac la frecvența de eșantionare redusă ( $f_s$  în acest caz). Dacă filtrul  $H(z)$  este cu răspuns finit la impuls, coeficienții prizelor filtrelor  $H_0(z), H_1(z), \dots$ ,

$H_{P-1}(z)$  se obțin direct prin inspecție. De exemplu, un filtru  $H(z)$  cu 12 prize (și intrarea pe la priza *zero*) care este inclus într-un interpolator cu un factor  $P=4$  și are coeficienții de multiplicare ai prizelor  $\{h_0, h_1, h_2, \dots, h_{11}\}$ , se descompune în 4 filtre,  $H_0(z)$ ,  $H_1(z)$ ,  $H_2(z)$  și  $H_3(z)$  care au coeficienții  $\{h_0, h_4, h_8\}$ ,  $\{h_1, h_5, h_9\}$ ,  $\{h_2, h_6, h_{10}\}$  și respectiv  $\{h_3, h_7, h_{11}\}$ .

O economie remarcabilă de memorie pentru coeficienți și un număr mic de operații se obține în cazul dublării frecvenței de eșantionare,  $f_{sDAC}=2f_s$  ( $P=2$ ), pentru filtre cu număr impar de prize și care acoperă banda Nyquist inițială (eng. "halfband filter"). În acest caz, filtrul  $H_0(z)$  are un singur coeficient nenul (cel central).

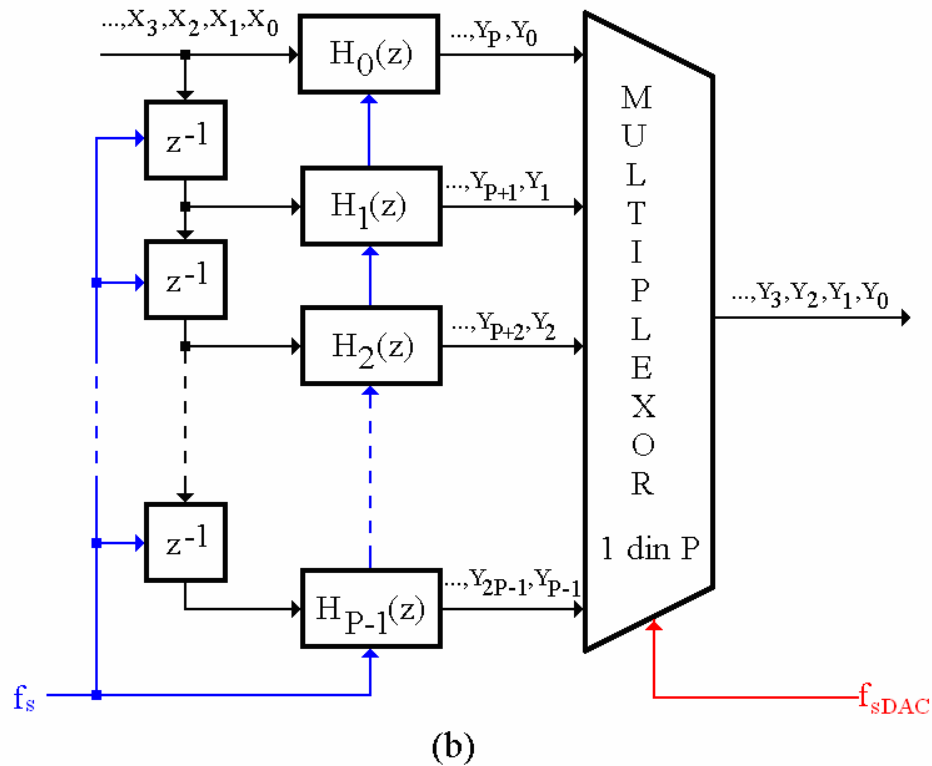
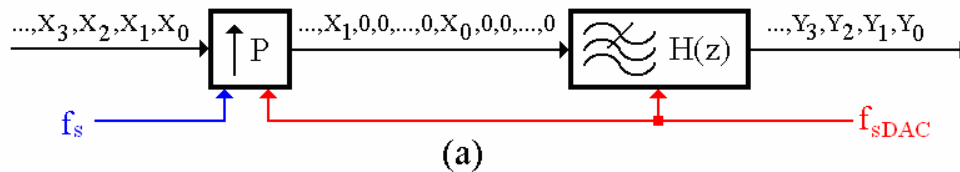


Figura 3

O altă soluție pentru realizarea filtrelor interpolatoare, o reprezintă clasa filtrelor CIC (eng. Cascaded Integrator-Comb), realizate așa cum le indică și numele prin punerea în cascadă a unui integrator și a unui filtru "pieptene". Aceste filtre sînt foarte atractive într-o implementare economică întrucît lipsesc blocurile de multiplicare. Întotdeauna secțiunea integratoare operează la frecvența de eșantionare mare ( $f_{sDAC}$ ), iar secțiunea cu caracteristică "pieptene" operează la frecvența de eșantionare redusă ( $f_s$ ), așa cum indică topologia generală din figura 4-(a). Cele două secțiuni au un număr egal,  $N$ , de etaje, între

ele fiind intercalat un comutator care introduce la intrarea integratorului câte  $P-1$  valori nule între fiecare două valori consecutive de la ieșirea filtrului "pieptene".

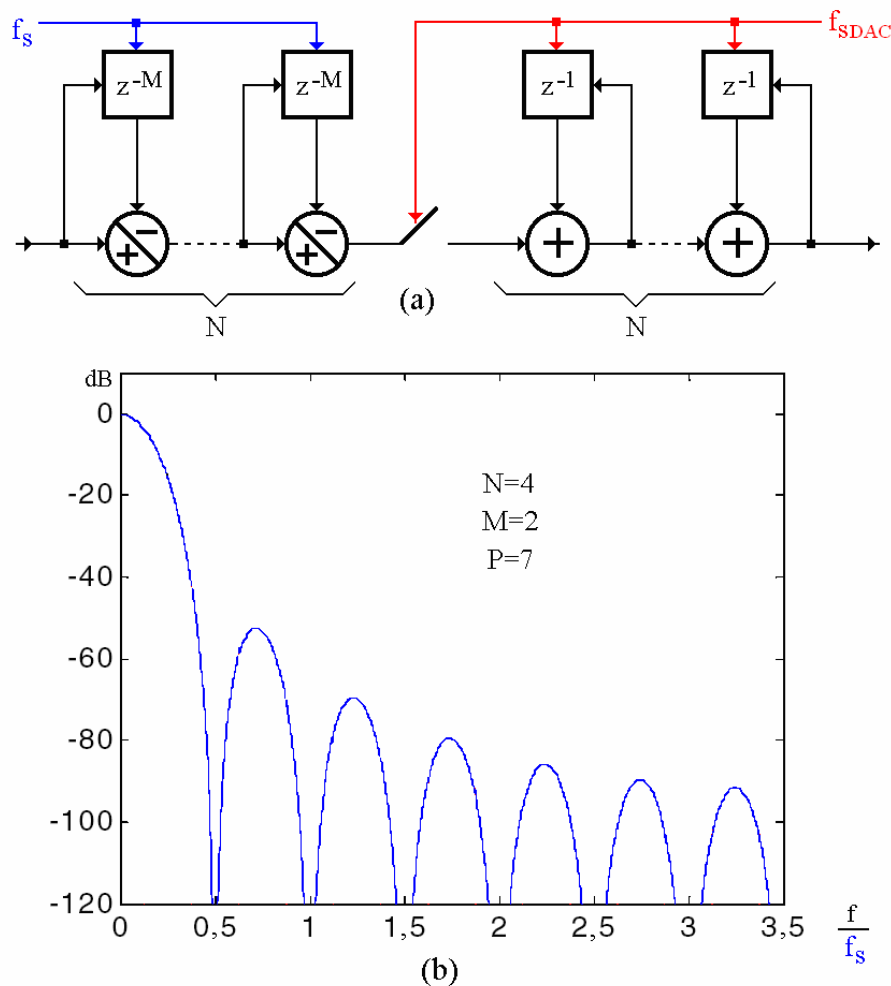


Figura 4

Caracteristica de frecvență a filtrelor CIC este determinată de valorile parametrilor:  $M$ , întârzierea diferențială din fiecare celulă a filtrului "pieptene", numărul de etaje ale fiecărei secțiuni  $N$  și factorul de interpolare  $P$ . Așa cum arată expresia (2) și figura 4-(b), pentru un factor de interpolare  $P$  dat, pozițiile nurilor funcției de transfer a filtrului,  $H$ , pot fi controlate prin valoarea întârzierii  $M$ , iar viteza de atenuare a lobilor secundari (relativ la cel principal centrat pe frecvența  $f=0$ ) prin numărul de etaje identice  $N$ . Un dezavantaj îl reprezintă lărgimea relativ mică a zonei de frecvență din jurul frecvenței 0 Hz în care transferul filtrului (maximumul lobului principal) poate fi considerat unitar.

$$\left| H\left(\frac{f}{f_s}\right) \right|^2 = \left[ \frac{\sin\left(\pi \frac{Mf}{f_s}\right)}{\sin\left(\pi \frac{f}{Pf_s}\right)} \right]^{2N} \quad (2)$$

Progresele înregistrate de planul soluțiilor teoretice și tehnologice oferă astăzi posibilitatea intergrării celei mai mari părți a structurii bloc din figura 1, de la semnalele modulatorie  $\hat{i}(t)$  și  $\hat{q}(t)$  la semnalul modulat de înaltă frecvență  $s(t)$ , într-un singur circuit integrat. Ca exemplu, se prezintă în figura 5 schema bloc a circuitului AD9857 produs de Analog Devices ([4]) având următoarele caracteristici:

- Frecvența maximă de eșantionare a semnalului generat,  $f_{sDAC}$ , 200MHz;
- Oscilația de referință poate fi aplicată direct (atunci când este egală cu  $f_{sDAC}$ ) sau poate fi multiplicată intern între 4 și 20 de ori;
- Sintetizor de frecvență numeric direct cu programarea frecvenței purtătoare pe 32 de biți;
- După modulare, nivelul semnalului generat poate fi modificat în 256 de trepte și se poate compensa dependența sa de frecvență după legea  $\sin(x)/x$  (datorată eșantionării cu menținere, din convertorul numeric-analogic);
- Eșantioanele semnalelor numerice modulatorie,  $\hat{i}[p]$  și  $\hat{q}[p]$ , și a celui de ieșire,  $s[k]$ , sînt reprezentate pe 14 biți;
- O gamă dinamică lipsită de semnale parazite de 80 dB (la 65MHz);
- Sursă de alimentare unică de 3,3 V.

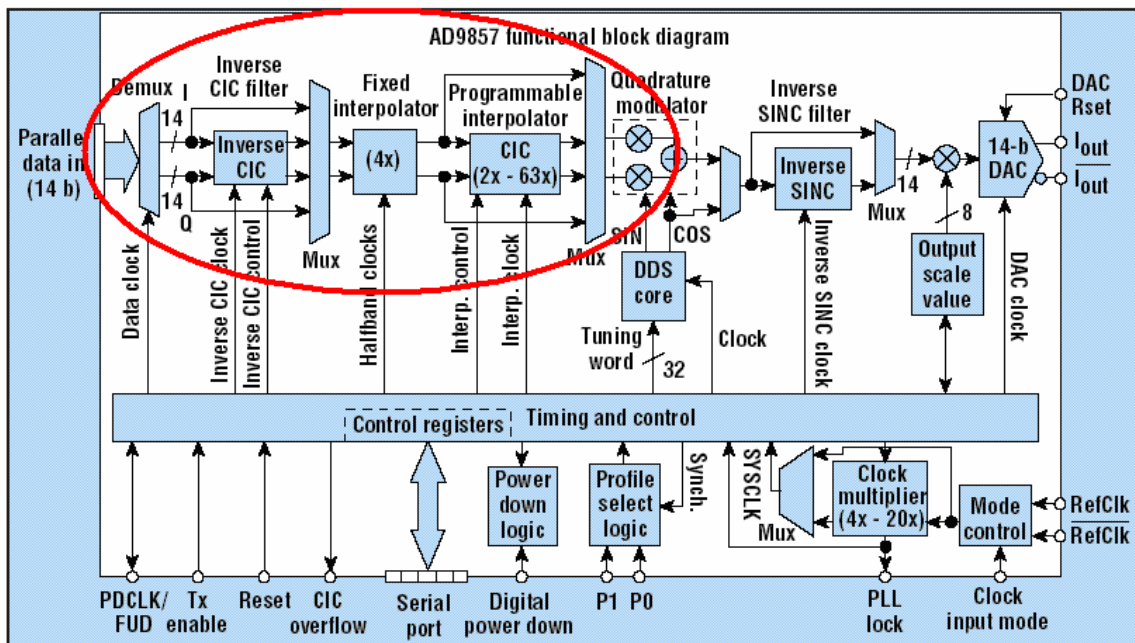


Figura 5

Si în receptoarele numerice cu o structură generică ca în figura 6, cel mai important motiv pentru micșorarea imediată a frecvenței de eșantionare a semnalelor rezultate din mixări este reducerea costurilor de prelucrare ulterioară (numărul de calcule și volumul memoriei). Micșorarea frecvenței de eșantionare se realizează prin decimare, decimarea înseamnînd preluarea din semnalul eșantionat inițial numai a eșantioanelor avînd indicele multiplu al unui **factor de decimare**  $D = f_{sADC} / f_s$  număr între.

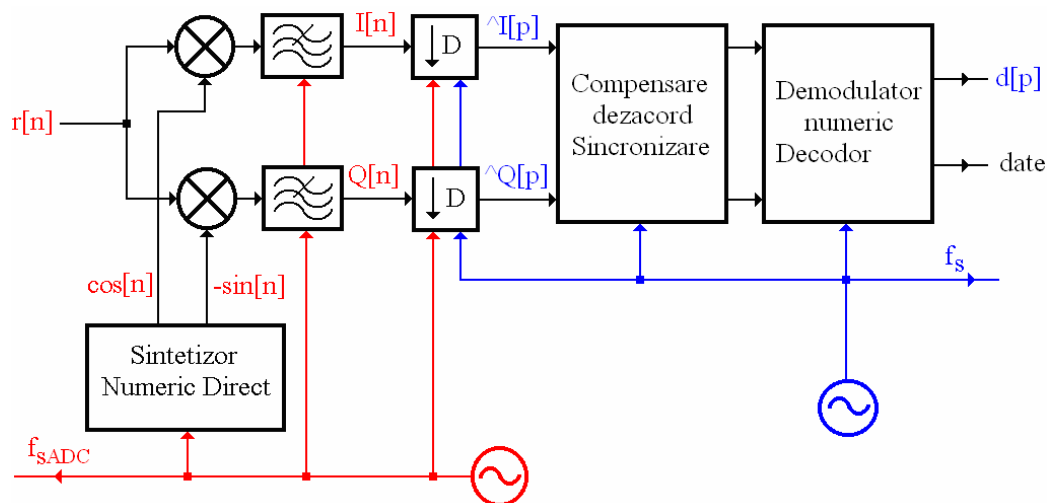


Figura 6

Decimarea poate fi aplicată numai după ce componentele modulatorie în cuadratură  $I$  și  $Q$  ale semnalului recepționat au fost încadrate prin filtrare trece-jos (post-mixare în acest caz) în limita benzii Nyquist relativă la noua frecvență de eșantionare  $f_s$  pentru a nu apare suprapuneri spectrale generatoare de distorsiuni, așa cum sugerează figura 7.

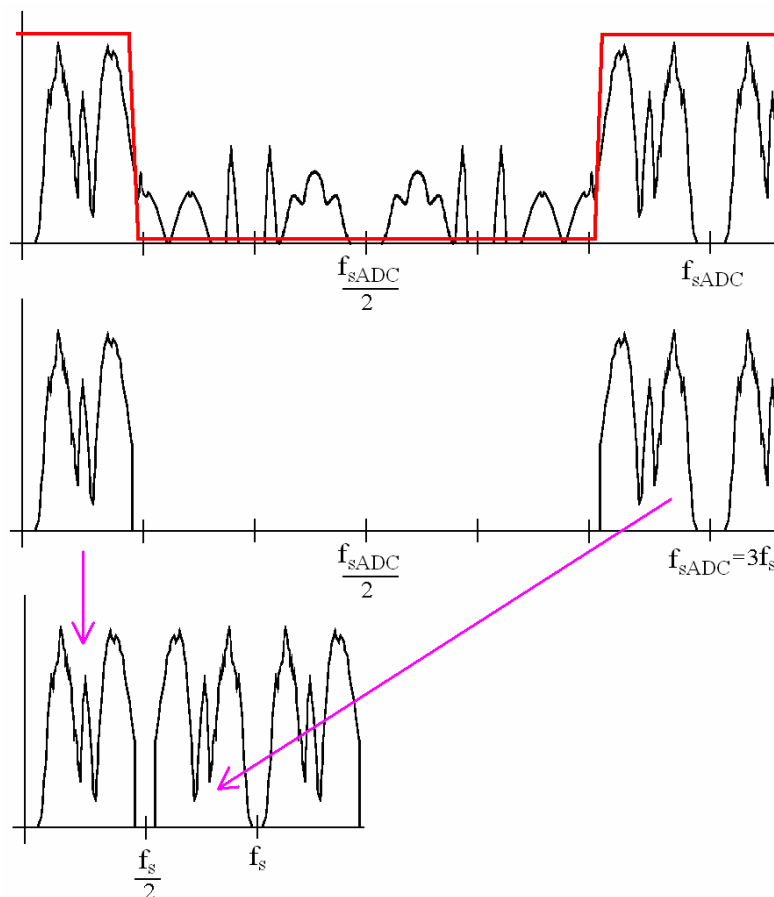


Figura 7

Și în cazul decimării, filtrarea polifazică este o soluție foarte atractivă, iar coeficienții filtrelor  $H_0(z)$ ,  $H_1(z)$ ,  $\dots$ ,  $H_{D-1}(z)$  din figura 8-(b), în care se descompune  $H(z)$  din figura 8-(a), se obțin după aceeași regulă ca în cazul interpolării (figura 3). Pentru factori de decimare  $D$  de valoare mare și dacă aceștia nu sînt numere prime, se obține o reducere a numărului de calcule și o economie de memorie dacă se procedează la punerea în cascadă a mai multor etaje decimatoare avînd produsul factorilor de decimare egal cu  $D$ .

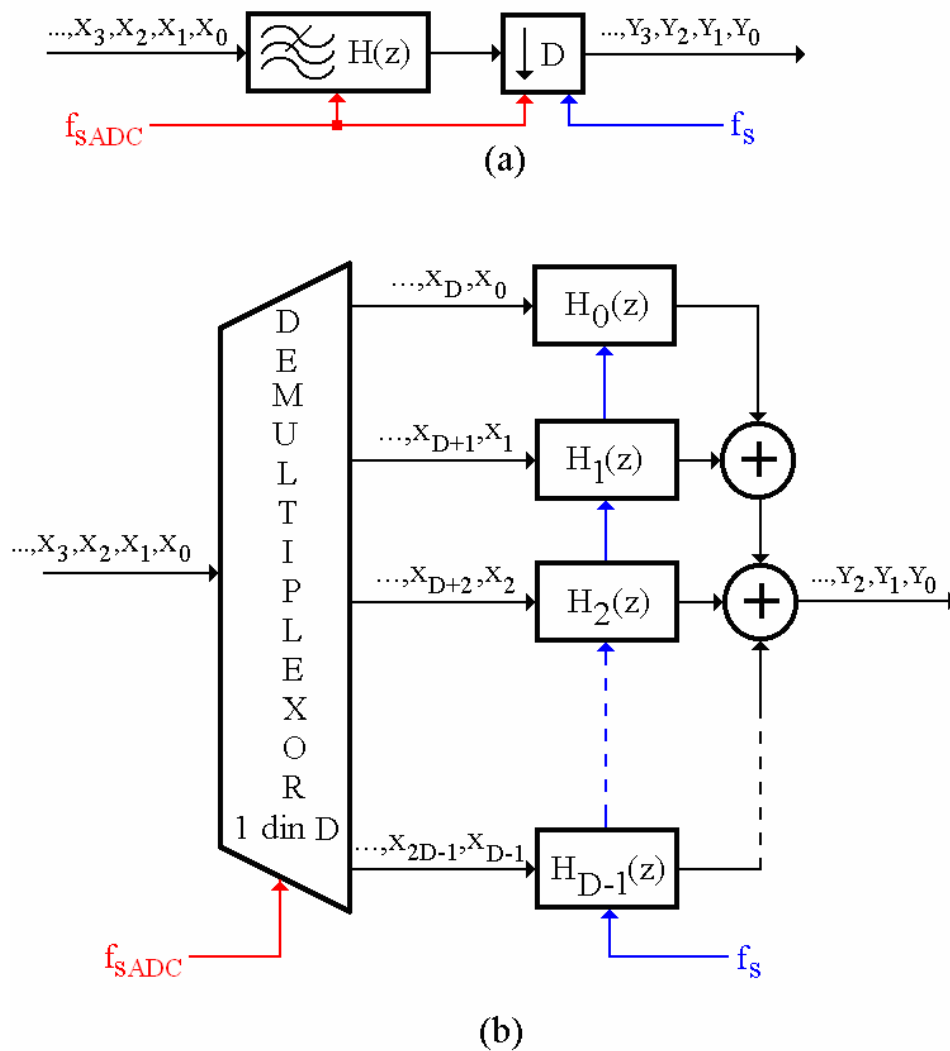


Figura 8

În mod asemănător cu interpolarea de la emisie, la decimare se pot utiliza și filtre din clasa CIC, cu observația că secțiunea integratoare și cea "pieptene" își schimbă locurile între ele, ca în figura 9. Comutatorul plasat între cele două secțiuni selectează eșantioanele de la ieșirea integratorului după regula "unul da,  $D-1$  nu". Caracteristica de frecvență a acestui filtru este dată de relația (3), asemănătoare cu cea din figura 4-(b), operînd corespondența  $P \rightarrow D$ .

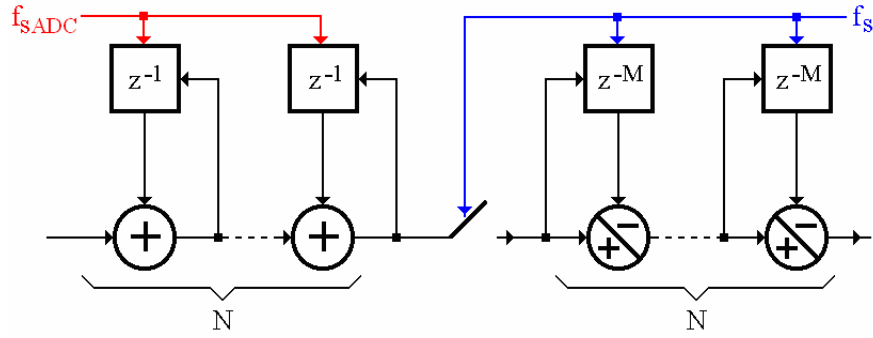


Figura 9

$$\left| H\left(\frac{f}{f_s}\right) \right|^2 = \left[ \frac{\sin\left(\pi \frac{Mf}{f_s}\right)}{\sin\left(\pi \frac{f}{Df_s}\right)} \right]^{2N} \quad (3)$$

La ora actuală se comercializează circuite integrate care conțin toate blocurile care asigură funcțiile de mixare în cuadratură (inclusiv sintetizorul numeric direct) și filtrare de bandă/decimare. Spre exemplificare se prezintă în figura 10 schema bloc internă a circuitului AD6620 (Analog Devices) cu următoarele performanțe:

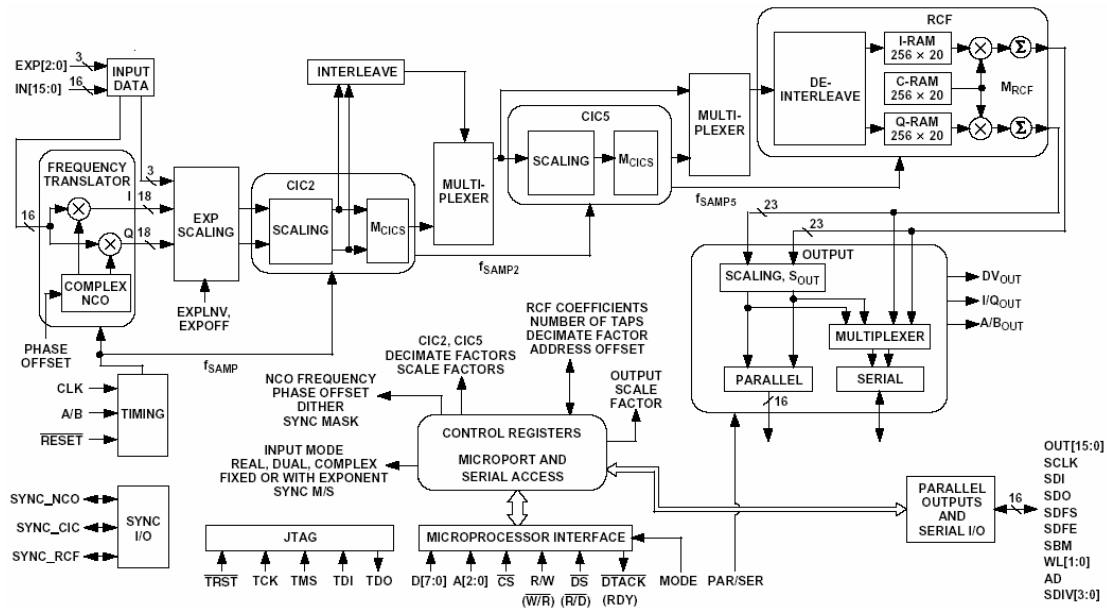


Figura 10

- viteza maximă de eșantionare a semnalului de intrare ( $r[n]$ ) 65Mps;
- rezoluția de frecvență a sintetizorului numeric direct mai bună de 0,02Hz;



- nivelul maxim al componentelor parazite generate de sintetizorul numeric direct -100dBc;
- două filtre de tip CIC în cascadă, unul de ordin 2 și factor de decimare programabil între 2 și 16, iar celălalt de ordin 5 și factor de decimare programabil între 1 și 32;
- un filtru FIR decimator cu un factor între 1 și 32, cu 256 de prize și coeficienți programabili;
- eșantioane de ieșire pe 16 biți, în format paralel sau alternat.

#### **BIBLIOGRAFIE**

- [1] – George J. Miao, Mark A. Clements, “*Digital Signal Processing and Statistical Classification*”, Artech House, 2002, ISBN 1-58053-135-0
- [2] - Jeffrey H. Reed, “*Software Radio: A Modern Approach to Radio Engineering*”, Prentice Hall, 2002, ISBN 0-13-081158-0
- [3] - ----- “*Understanding CIC Compensation Filters*”, Altera Corporation, AN-455, 2007
- [4] - <http://www.analog.com/>
- [5] - Jose Franca, Antonio Petraglia, Sanjit K. Mitra, "Multirate Analog-Digital Systems for Signal Processing and Conversion", P.I.E.E.E., Vol. 85, No. 2, 1997;
- [6] - Eugene B. Hogenauer, "An Economical Class of Digital Filters for Decimation and Interpolation", I.E.E.E. Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. 29, Nr. 2, 1981;